Boundary Value Problems/Sınır Değer Problemleri

- Burada yine D.D çözüyoruz, ama ilk değer yerine(x=0) sınır değerler veriliyor(x=a,x=b vb)

- Burada x=0'dan başlayarak Taylor Serisini kullanamayacağımız için farklı metodlar geliştirmek gerekiyor.

- Bu kısımda iki tür metod görülecek:

  - Shooting Metodu

  - Finite Difference Metodu

Shooting/Tahmin Metodu

- Burada amaç, problemi, yani sınır değer problemini ilk değer problemi haline getirmektir.

- Yani D.D'yi çözmeden ömce eksik olan ilk değerleri buluyoruz.

- Önce basit bir 2. derece D.D ile başlayalım

$$y'' = f(x, y, y') \qquad y(a) = \alpha, \quad y(b) = \beta$$

- Bu denklemi şu hale getireceğiz

$$y'' = f(x, y, y') \qquad y(a) = \alpha, \quad y'(a) = u$$

  Burada bulmamız gereken değer $\Rightarrow$ u=?

Shooting/Tahmin Metodu

- Çözümümüz açık bir şekilde bu bilinmeyen "u" değerine bağlı olacaktır.:

$$y(b) = \theta(u) \quad ya\,da \quad \theta(u) - y(b) = 0 \rightarrow \theta(u) - \beta = 0$$

- Buradan u'yu kök bulma metodlarıyla bulabiiliriz.

$$\theta(u) - \beta = 0$$

- **Ridder Metodu** ile çözelim:
  - u_1, u_2 gerçek u'yu belirleyen(arasına alan) iki tahmin olsun.
  - Ridder Metodunun her iterasyonunda $\theta(u)$'ya ihtiyaç olacak bu D.D'den bulunabilir.
  - u bulunduktan sonra, D.D bir ilk değer problemi olarak çözülebilir.

Shooting/Tahmin Metodu: Örnek

$$y'' + 3yy' = 0 \qquad y(0) = 0 \quad y(2) = 1$$

$$y'(0) = u$$

- u için bir negatif bir pozitif değer gerekiyor(Ridder için)

$$\theta(u) - 1 = 0$$

- $\theta(u) \Rightarrow$ 1 ve 2 seçelim ilk tahminler olarak

$$x_3 = x_2 - f_2 \frac{x_2 - x_1}{f_2 - f_1} \quad 1 \leq u \leq 2, \quad f_2 : \theta(1) - 1$$

$$y'' + 3yy' = 0 \qquad y(0) = 0 \quad y(2) = 1$$

f_2 için $\Rightarrow y(2) \Rightarrow \theta(1) \quad - 1$
f_1 için $\quad y'' + 3yy' = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(10) = 2 \Rightarrow y(2) \Rightarrow$
$\theta(2) \quad - 1 \Rightarrow x_3$ bulunur.