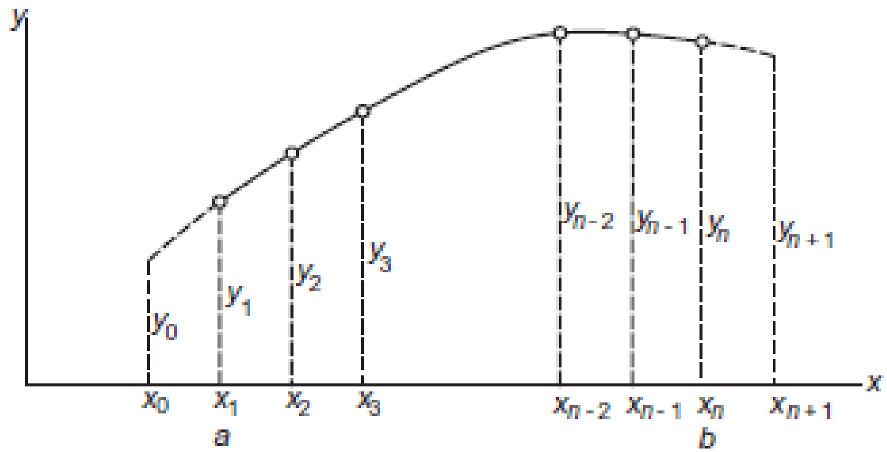
Fark Denklemleri ile Sınır Değer Problemlerinini Çözümü



- Bu metodda integrasyon alanını(a,b) uzunluğu h olan n-1 eşit parçaya ayırıyoruz.

- Bu noktalardaki sayısal sonuçlar $\rightarrow y_i, i = 1, 2, ..., n$

Fark Denklemleri ile Sınır Değer Problemlerinini Çözümü

1. Türevler için fark denklemlerinden elde edilen denklemler kullanılır:

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}, \qquad y''_i = \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} \qquad etc.$$

2. Bu denklemler kullanılınca DD bir basit bir cebirsel denklem haline gelmiş olur ve bilinmeyen y değerleri bu cebirsel denklemlerden bulunur

Fark Denklemleri ile Sınır Değer Problemlerinini Çözümü

2. derece DD için

$$y'' = f(x, y, y')$$

$$\begin{array}{ccc} y(a) = \alpha & veya & y'(a) = \alpha \\ y(b) = \beta & veya & y'(b) = \beta \end{array}$$

Fark denklemlerini kullanırsak

$$\frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} = f(x_i, y_i, \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}), \qquad i = 1, 2, ..., n$$

$$\begin{array}{ccc} y(a) = \alpha & veya & \frac{y_2 - y_0}{2h} = \alpha \\ y(b) = \beta & veya & \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h} = \beta \end{array}$$

Fark Denklemleri ile Sınır Değer Problemlerinini Çözümü

2. Derece DD

- Dışarda kalan y_0 and y_{n+1} $\rightarrow$ gibi noktalar verilmiş olan sınır değerler ile bulunabilir.

$$y_0 - 2y_1 + y_2 - h^2 f(x_1, y_1, \frac{y_2 - y_0}{2h}) = 0$$

Birkaç işlemden sonra

$$y_1 - \alpha = 0 \qquad if \quad y(a) = \alpha$$

$$-2y_1 + 2y_2 - h^2 f(x_1, y_1, \alpha) - 2h\alpha = 0 \qquad if \quad y\prime(a) = \alpha$$

$$y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1} - h^2 f(x_i, y_i, \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}) = 0, \qquad i = 2, 3, ..., n-1$$

$$y_n - \beta = 0 \qquad if \quad y(b) = \beta$$

$$2y_{n-1} - 2y_n - h^2 f(x_n, y_n, \beta) + 2h\beta = 0 \qquad if \quad y\prime(b) = \beta$$